UNITÉS ET ANALYSE DIMENSIONNELLE

Unités du système international

Le Système international (SI) compte **sept unités de base** *(voir tableau n°1)* censées quantifier des **grandeurs physiques indépendantes**. Chaque unité possède en outre un **symbole**.

Grandeur physique	**symbole dimensionnel**	**unité**	**symbole**
Longueur	L	Le mètre	m
Masse	M	Le kilogramme	kg
Temps	T	La seconde	s
Courant électrique	I	l'ampère	A
Température	Θ	Le kelvin	K
Quantité de matière	N	La mole	mol
Intensité lumineuse	J	La candela	cd

Tableau n°1 : unités de base du SI

De ces unités de base on déduit des **unités dérivées** *(voir tableau n°2).*

Grandeur physique	**unité**	**symbole**
Fréquence	Le hertz	Hz
Force	Le newton	N
Pression	Le pascal	Pa
Travail et énergie	Le joule	J
puissance	Le watt	W
Charge électrique	Le coulomb	C
Tension	Le volt	V
Résistance électrique	Le ohm	Ω
Conductance électrique	Le siemens	S
Conductivité	Le siemens par mètre	$S.m^{-1}$
Capacité électrique	Le farad	F
Inductance électrique	Le henry	H
Angle (plan)	Le radian	rad
Activité (radioactive)	Le becquerel	Bq
Aire	Le mètre carré	m^2
Vitesse	Le mètre par seconde	$m.s^{-1}$
etc...		

Tableau n°2 : exemples d'unités dérivées du SI

Analyse dimensionnelle

L'**analyse dimensionnelle** est un outil théorique servant à interpréter les problèmes à partir des **dimensions des grandeurs physiques** mises en jeu.

La **dimension d'une grandeur physique** est son **unité** exprimée par rapport aux **sept unités de base** du système international.
On note ceci de manière abrégée par une **équation aux dimensions**.

Exemple : dimension d'une vitesse

Par définition, la vitesse moyenne d'un point se calcule grâce à la formule : $v_{moy} = \frac{d}{\Delta t}$

On a donc :

$$[v] = \frac{L}{T}$$

Dimension d'une vitesse

On dit que la vitesse est **homogène** à une longueur divisée par un temps.

Une grandeur peut être **sans dimension** (ou de dimension 1).
Le radian est une unité sans dimension.
Une équation aux dimensions peut également se faire directement avec les **unités**.

$$[v] = \frac{m}{s}$$

Lors de l'établissement d'une expression, l'analyse dimensionnelle permet de vérifier son homogénéité et de la corriger le cas échéant, sachant qu'une expression non homogène ne peut être que fausse.

Exemple : Homogénéité de l'expression de la période propre d'un pendule simple

Soit T_0 la période propre d'un pendule simple : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

- $[T_0] = T$: T_0 est une période donc **homogène à un temps**.
- $\left[2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right] = \left[\sqrt{\frac{l}{g}}\right] = \sqrt{\left[\frac{l}{g}\right]}$
- l est la longueur du pendule simple donc **homogène à une longueur.** $[l] = L$
- g est l'accélération de la pesanteur et s'exprime en $m.s^{-2}$, il est donc **homogène à une longueur divisée par un temps au carré.** $[g] = \frac{L}{T^2} = L.T^{-2}$
- $\sqrt{\left[\frac{l}{g}\right]} = \sqrt{\frac{L}{L.T^{-2}}} = \sqrt{T^2} = T$

Donc $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ est également **homogène à un temps** et l'expression est **homogène**.